5.1.3 Κατανομή πληθυσμού μη Κανονική. Μεγάλα δείγματα

Όταν η κατανομή πληθυσμού δεν μπορεί να υποτεθεί κανονική και έχουμε μέγεθος δείγματος n>30 το κεντρικό οριακό θεώρημα μας επιτρέπει να προσεγγίσουμε την κατανομή της τυχαίας μεταβλητής

$$\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

με την $N(0,1)$ και επομένως να κάνουμε έλεγχο των υποθέσεων για τη μέση τιμή πληθυσμού. Όταν αγνοούμε και την διακύμανση πληθυσμού σ^2 μπορούμε να αντικαταστήσουμε την σ με την εκτίμηση της s στο δείγμα και να κάνουμε έλεγχο των υποθέσεων με την τυπική κανονική κατανομή.

Παράδειγμα 5.3

Μεγάλη κατασκευαστική εταιρεία χρειάζεται καρφιά με διάμετρο 50 χιλιοστά. Για να ελέγξει μια μεγάλη παραγγελία πήρε τυχαίο δείγμα από n=100 καρφιά και βρήκε μέση διάμετρο 49 χιλιοστά και s=40 χιλιοστά. Να ελεγχθεί αν με βάση τα αποτελέσματα αυτά μπορεί να γίνει δεκτή η παραγγελία όταν είναι γνωστό ότι η επιχείρηση δέχεται πιθανότητα να απορρίψει την παραγγελία, παρόλο που είναι σύμφωνη με τις προδιαγραφές, ίση με α=0.05.

α. Υποθέσεις που γίνονται δεκτές: Λόγω του μεγάλου μεγέθους του δείγματος θα υποθέσουμε ότι η διακύμανση του δεν θα διαφέρει σημαντικά από την διακύμανση του πληθυσμού.
β. Η μηδενική και εναλλακτική υπόθεση:

$$H_0: \mu = 50$$
$$H_\varepsilon: \mu \neq 50$$

γ. Το κριτήριο απόφασης: Έχουμε $z_{1-\alpha/2}$=1.96. Επομένως αν

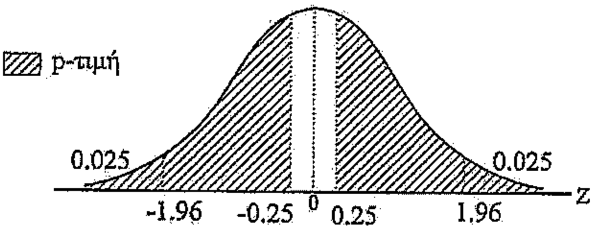
$$|z_\pi| = \frac{|\bar{x}-50|}{s/\sqrt{100}} > 1.96$$

θα απορρίψουμε την H_0 υπέρ της H_ε.
δ. Η απόφαση: Επειδή

$$z_\pi = \frac{|49-50|}{40/\sqrt{100}} = 0.25 < 1.96$$

δεν μπορούμε να απορρίψουμε την H_0. Η τιμή πιθανότητας του ελέγχου ισούται με

$$
\begin{aligned}
2P(Z>0.25) &= 2[1-F_Z(0.25)] \\
&= 2(1-0.59871) \\
&= 0.80258
\end{aligned}
$$



Η τιμή αυτή δίνεται ως το άθροισμα των δύο επιφανειών κάτω από την τυπική κανονική καμπύλη που ορίζουν την P(Z<-0.25) και την P(Z>0.25) αντίστοιχα.