5.6 Έλεγχος για την αναλογία

Ο έλεγχος για την αναλογία p του πληθυσμού γίνεται με βάση την δειγματική αναλογία. Είδαμε ότι, όταν το δείγμα είναι μεγάλο, η κατανομή της δειγματικής αναλογίας προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Αν έχουμε μεγάλο δείγμα ακολουθούμε τα εξής:

α. Οι υποθέσεις που γίνονται δεκτές: Το δείγμα είναι τυχαίο

β. Η μηδενική και η εναλλακτική υπόθεση:

$$\begin{array}{lll} H_0: & & p = p_0 \\ H_\varepsilon: & \text{(i)} & p \neq p_0 \\ & \text{(ii)} & p > p_0 \\ & \text{(iii)} & p < p_0 \end{array}$$

γ. Το κριτήριο αποφάσεως: Υπολογίζουμε

$$z_\pi = \frac{\hat{p}_X - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

δ. Η απόφαση: Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α, για τα τρία είδη ελέγχου, αντίστοιχα, αν:

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & |z_\pi| > z_{1-\alpha/2} \\ \text{(ii)} & z_\pi > z_{1-\alpha} \\ \text{(iii)} & z_\pi < -z_{1-\alpha} \end{array}$$

Παράδειγμα 5.9

Διαφημιστική εταιρεία ετοίμασε ένα τηλεοπτικό πρόγραμμα και όρισε την τιμή του με βάση την υπόθεση ότι το 50% των θεατών του προγράμματος ήταν ηλικίας μέχρι 18 χρόνων. Να ελεγχθεί η υπόθεση αυτή σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.05 αν σε τυχαίο δείγμα n=250 τηλεθεατών οι 118 ανήκουν σ' αυτήν την κατηγορία.

α. Οι υποθέσεις που γίνονται δεκτές: Το δείγμα είναι τυχαίο

β. Η μηδενική και η εναλλακτική υπόθεση:

H_0: $p = 0.50$

H_ε: $p \neq 0.50$

γ. Το κριτήριο αποφάσεως: Αν

$$|z_\pi| = \frac{|\hat{p}_x - 0.50|}{\sqrt{\frac{(0.50)(0.50)}{250}}} > 1.96$$

θα απορρίψουμε την H_0 υπέρ της H_ε.

δ. Η απόφαση: Επειδή $\hat{p}_x$=118/250 = 0.472, και

$$|z_\pi| = \frac{|0.472 - 0.500|}{\sqrt{\frac{(0.50)(0.50)}{250}}} = 0.885 < 1.96$$

η H_0 γίνεται δεκτή σ' αυτό το επίπεδο σημαντικότητας. Η *p*-τιμή του ελέγχου:

$$\text{p}-\text{τιμή} = 2[P(Z > 0.885)] = 2(1 - 0.8120) = 0.376$$

και δίνεται ως σκιασμένη επιφάνεια στο ακόλουθο σχήμα: